通信概論・通信処理概論2013

高知工科大学工学部
システム工学群 電子系、光系専門科目
野中 弘二、小林弘和

2Q通信概論日程:6月10日開始8月5日終了
7月1日?小テスト1、7月29日小テスト2,、8月5日 本テスト
陸上・海上無線技師の資格関連科目です!
教科書:「通信工学」2500円+税→2300円で割引直接販売
(3Qの通信処理概論も共通教科書)
2Qまたは3Qの数学:フーリエ級数学一部学びます
(この講義を理解できているとお得です)

「通信概論」講義について

講義目標
:通信の歴史、構成、信号解析、アナログ変調の仕組みの理解

- フーリエ展開から信号変調速度/周波数帯域の関係を理解
- アナログ変調方式(AM/FM/PM変調)の仕組みと工夫
- 変調や多重化のための信号処理手法
- 品質と効率の評価
- デジタル通信学習の入り口→PCM

教科書:「通信工学」 2Q+3Q 共通
足りないところを演習、補助資料プリント配ります。
評価方法:2回の小テスト+本テスト8月5日?
(出席はとりますが出席で加点はありません。)

1. 歴史：近代通信

紀元前！　：中国・ギリシャの狼煙通信

10世紀〜：モンゴルの花火通信 手旗、腕木信号

近代：電気通信の夜明け

- 糸電話→ 片方向電信 1835 Samuel F.B. Morse on/off伝送
  →ここまで低速の数ビット片方向デジタル（不便）
- 便利な電話アナログ双方向通信1876 Alexander G. Bell
- 遠距離無線電信 太平洋横断 1901 Marconi（遅いデジタル）

20世紀：遠距離、多数ユーザへの通信、放送

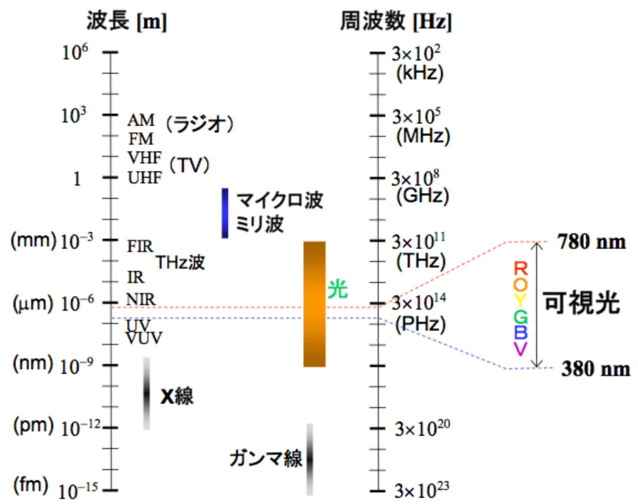
- ラジオ、TV(1925)放送 アナログ片方向放送(broad-Cast)
- 1980年代〜デジタル双方向通信 ISDN、光通信、携帯

21世紀：PC、E-mail, インターネットの普及、放送と通信の融合

- Ethernet,ADSL,FTTH

→大容量デジタル光通信、無線アクセス、デジタル双方向放送

電気通信のキャリア（搬送波）：電磁波約3×10^8m/s



電波　：AM, FM, VHF, UHF, マイクロ波

周波数：<MHz,<100MHz, 数百MHz, >数GHz

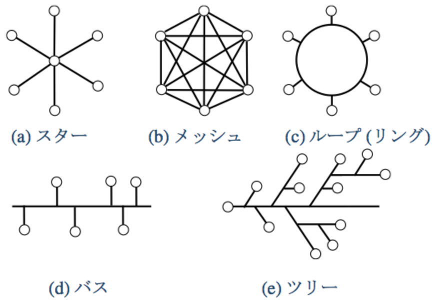
波長　：>数百m, 数m , <1m ,<数10cm

通信と放送の分類（だんだん曖昧に、、）

種類	送信者	受信者
通信	単数	単数
放送	単数	複数
インターネット	複数	複数

ネットワークの配信手法
：必要以外の人には届けない
→Point to Point 型ネットワーク
：一つの情報をたくさんのユーザに
配信し必要な人だけが読む
→ブロードキャスト型ネットワーク

ネットワークの接続手法
：多数話者に効率的に
接続を実現する

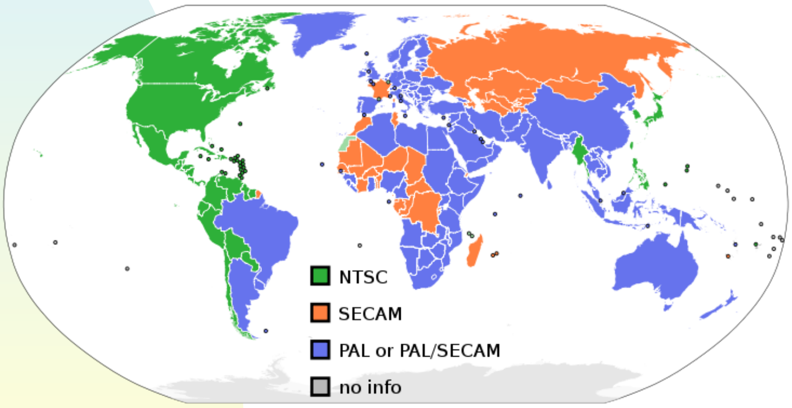


歴史：「放送」はいつごろ?

「20世紀は放送（1から多者へ）進歩の時代」

- 無線電信 太平洋横断 1901 Marconi（遅いデジタル）
- 無線 AMラジオ(1925)放送in JP アナログ多方向
- TV(1931)放送 in USA
- FMラジオ(1938)放送 in USA
- TV(1953)放送 in JP
- 1960-70年代カラーTV,電波周波数分割多チャンネル化
  NTSC方式によるUHF,VHF
- 1980年代：衛星放送、有線CA-TV難視聴地域解消 どこでも
  「21世紀：デジタル通信の技術の融合：いつでもどこでも」
- →デジタル地上波放送、ワンセグ、双方向光CA-TV

20世紀の世界標準規格 NTSC(National Television System Committee)ととPAL(PhaseAlternating Line)アナログ映像信号方式の採用
（海外アナログVideoGame注意！）



「地デジ」移行
2011年　7月24日全国アナログ(NTSC)放送終了
2012年　東北アナログ終了
　　　　地デジ：スカイツリーテスト運用開始
2013年　5月31日東京タワーより電波移管終了！

放送：アナログ放送と地デジの関係

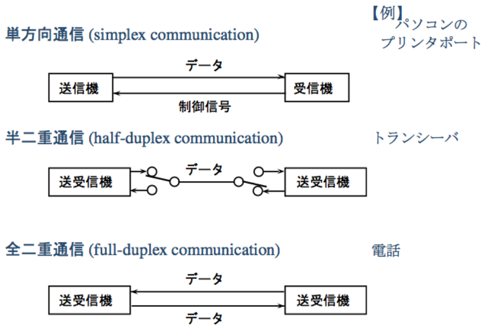
NTSCアナログ放送：VHF(30-300MHz,FMと1-12ch)
とUHF(300M-3GHz,13-62ch)
整理してUHF帯に地上波放送集約！空けた周波数を通信利用
（米英+EU8カ国は既に移行終了）

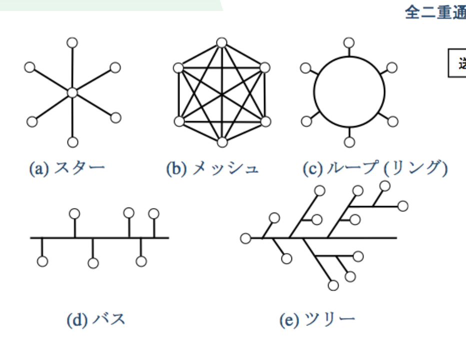
- 効率的デジタル化で6MHz配置(470-770MHz,13-62ch)

・最大の利点：空き周波数の利活用、画質の向上
・ついでにデータ放送
・アンテナ設置コンパクトで安くなる
・ケータイのワンセグ：地上波デジタル12セグメントの1セグ利用
課題：圧縮符号化／複合化の時差発生、難視聴は視聴不可に、

2人間の*通信*：糸電話 *PtoP*
多数間の通信：*網*ネットワーク

PtoP通信の交信手法



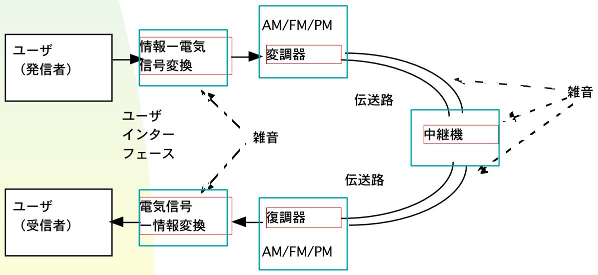


ネットワークの接続手法

近代PtoP通信の「基本要素」は?

- PtoP通信 基本構成

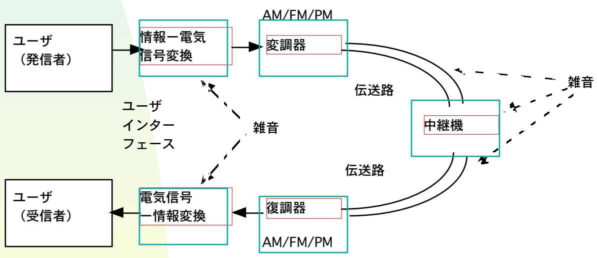
端末(ユーザインターフェース)
→電話機・トランシーバ・PC・TV
端局(変調・多重 分離・復調)
→ モデム・無線・DSU・Ethernet
伝送路(帯域→Ch数×ユーザ帯域)
中継機/交換機(加入者→接続 中継→集約)



考慮すべきことは?
早い(速度)、安い(コスト)、うまい(品質)

ユーザ情報の信号変換/伝送速度、効率、品質

- 通信波形、変調周波数と使える帯域
- 雑音の蓄積と許容品質
- 混雑度(多重、トラフィック)とコスト



- 勉強しましょう!

信号は電力(W,dBm),S/N品質は比(dB)

指数と対数

$y = a^x, \longleftrightarrow x = \log_a y$

積和の関係

$\log_a 1 = 0, \log_a a = 1, \log_a x^y = y \log_a x$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

底の変換

$\log_a x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} a}$

活用法↓

dB:

処理の過程で増えたり減ったりする値を単位1に対する大きさ（比）を足し算で表す手法

$A(dB) = 10\log_{10} x$

特徴的な値　-3dB約半分、+3dB約倍、-1dB約80％、+1dB約1.25倍（確認しよう！）

これを利用するとほとんどの比（dB）を倍率に換算できる。

dBm:

x(W)の電力を基準（0dB）を1mWにおいて、電力／パワーの大きさをdBで表す手法

$A(dBm) = 10\log_{10} x(mW)$

電力とS/Nの計算演習1

- 信号電力37dBm,信号、S/N比70dB の場合をW表示せよ

  信号電力 5.01W 、雑音電力約0.5μW

- 雑音電力比N_Q(S/N比)が $N_Q = \frac{V^2}{12 \times 2^{2n}}$

  で表され最大振幅Vが1(V)のとき,

  $$10\log_{10} N_Q = -10\{\log_{10} 3 + (2n+1)\log_{10} 2\}$$

  nが8bitと12bitの場合の雑音電力比(dB)

  $$10\log_{10} N_Q = -10\{\log_{10} 3 + 17\log_{10} 2\} = -55.94$$

  $$10\log_{10} N_Q = -10\{\log_{10} 3 + 25\log_{10} 2\} = -80.0$$

- 以下の式で通信速度の上限がきまるとき帯域10MHz,

  S/Nが20dBの時,通信速度C　C(bit/s)=W(Hz)log2(1+S/N)

  $$C = 10^7 \log_2(1+10^2) = 10^7 \log_2 101 = 10^7 \frac{\log_{10} 101}{\log_{10} 2}$$

  $$= 6.66 \times 10^7 (bit/s)$$

  S/Nが+20dBなら

  $$C = 10^7 \log_2(1+10^{-2}) = 10^7 \log_2 1.01 = 10^7 \frac{\log_{10} 1.01}{\log_{10} 2}$$

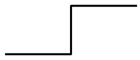
  $$= 1.43 \times 10^5 (bit/s)$$

  S/Nが-20dBなら

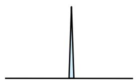
2.「信号波形」を理解する数学：「信号解析」

確定的関数

単位階段関数 $u_0(t)=\begin{cases}1(t\geq 0)\\0(t<0)\end{cases}$



デルタ関数 $\delta(t)=\lim_{\Delta\to 0}\delta_\Delta(t), \delta(t)=\begin{cases}\frac{1}{\Delta},\left(|t|\leq\frac{\Delta}{2}\right)\\0,\left(|t|>\frac{\Delta}{2}\right)\end{cases}$



周期関数 $f(t+T)=f(t)$

オイラーの公式 $e^{jn\omega t}=\cos n\omega t+i\sin n\omega t$

$$\cos n\omega t=\frac{e^{jn\omega t}+e^{-jn\omega t}}{2},\quad \sin n\omega t=\frac{e^{jn\omega t}-e^{-jn\omega t}}{2j}$$

フーリエ級数展開：周期関数の表し方！

フーリエ級数展開

周波数を直流成分(a_0)と交流成分に分解することで、各々の周波数成分を三角関数を用いて表現できるようにしたもの。

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos n\omega_0 t+b_n\sin n\omega_0 t\right)$$

a_nとb_nは

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos n\omega_0 t dt\quad b_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\sin n\omega_0 t dt$$

フーリエ級数展開：やってみましょう！

一般の周期関数は以下の様に周期的奇関数と偶関数の組み合わせで表せる

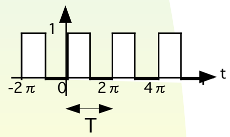
$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)$$ フーリエ級数展開

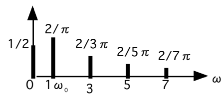
ただし $a_0=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\times 1dt$

$a_k=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos k\omega t dt (n=1,2,3,...)$　$b_k=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin k\omega t dt (n=1,2,3,...)$

で表すことができる。（a_k,b_kは計算してみると、意外に簡単な数字になります）

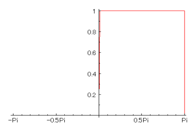
f(t)=1 {t=-2m～-(2m-1)π, ... , 0～π, 2π～3π, . . . 2m～(2m+1)π}
　　0 {t=-(2m+1)～-2mπ, ... , π～2π, . . . (2m-1)～2mπ}





f(t)=1/2+(2/π)sint+(2/3π)sin3t+(2/5π)sin5t+(2/7π)sin7t+. . .

(例)方形波(0)の場合：奇関数



$$f(t)=\begin{cases}1 & (0<t\le\pi)\\ 0 & (-\pi<t\le 0)\end{cases}$$

$$a_0=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cos 0\omega_0 t dt=\frac{2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)dt=\frac{2}{2\pi}\left(\int_{-\pi}^{0}0dt+\int_{0}^{\pi}1dt\right)=\frac{2}{2\pi}[t]_0^{\pi}=1$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{2}{T}}^{\frac{2}{T}} f(t)\cos n\omega_0 t dt=\frac{2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos n\omega_0 t dt=\frac{2}{2\pi}\left(\int_{-\pi}^{0}0\cos n\omega_0 t dt+\int_{0}^{\pi}1\cos n\omega_0 t dt\right)=\frac{2}{2\pi}\left\{[0]_{-\pi}^{0}+\left[\frac{\sin n\omega_0 t}{n\omega_0}\right]_0^{\pi}\right\}=0$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{2}{T}}^{\frac{2}{T}} f(t)\sin n\omega_0 t dt=\frac{2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\sin n\omega_0 t dt=\frac{2}{2\pi}\left(\int_{-\pi}^{0}0\sin n\omega_0 t dt+\int_{0}^{\pi}1\sin n\omega_0 t dt\right)$$

T=2π,ω_0=1なので

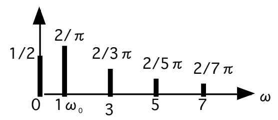
$$=\frac{2}{2\pi}\left\{[0]_{-\pi}^{0}+\left[-\frac{\cos nt}{n}\right]_0^{\pi}\right\}=\frac{2}{2\pi}\left(-\frac{\cos n\pi}{n}+\frac{\cos n0}{n}\right)=\frac{1}{\pi n}(-\cos n\pi+1)=\begin{cases}\frac{2}{\pi n} & (n=2k-1:odd\\ 0 & (n=2k:even\end{cases}$$

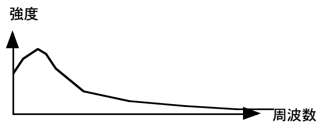
奇関数なので、sin成分(b_k)のみを持つ。
今回の場合、周期は2πなのでωは1を代入

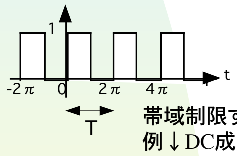
$$f(t)=\frac{1}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2}{\pi(2k-1)}\sin(2k-1)t\right)$$

使用する周波数帯域と波形の関係

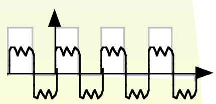
$f(t)=1/2+(2/\pi)\sin t+(2/3\pi)\sin 3t+(2/5\pi)\sin 5t+(2/7\pi)\sin 7t+...$

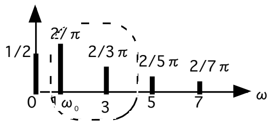




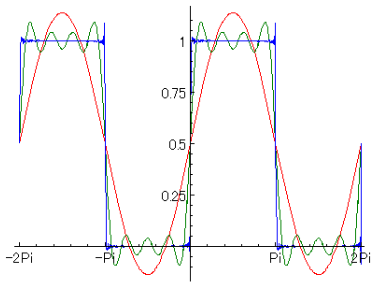


帯域制限すると、フーリエ級数が有限となり、波形が変化する
例↓DC成分と高周波成分をカットした場合の波形変化



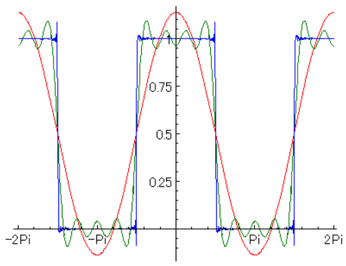


nの次数による矩形波の再現度



n=1,3,100とした場合

方形波(1)をフーリエ級数展開を
用いて表現したもの。



n=1,3,100とした場合

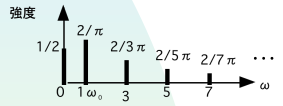
方形波(2)をフーリエ級数展開を
用いて表現したもの。

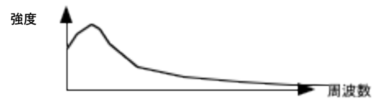
周波数帯成分と変調電力の関係 p43

方形波(2)のフーリエ級数展開にてnを0〜∞とすると

$$f(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi\omega_0}\sin 2\omega_0 t+\frac{2}{3\pi\omega_0}\sin 3\omega_0 t+\frac{2}{5\pi\omega_0}\sin 5\omega_0 t+\frac{2}{7\pi\omega_0}\sin 7\omega_0 t\cdots$$

ω0を横軸にしてグラフをつくると、





このω0をどんどん小さくしていくと、$\omega_0,\omega_1,\omega_2,\ldots$は密に並び
スペクトルの和(Σ)がスペクトルの積分(∫)に近似できる→周波数スペクトル！

信号波形を抵抗1Ωで変調する際に必要な電力は時間変調関数の2乗平均（積分）
→フーリエ級数の2乗平均展開の積分は＜内積＞の定義より直交成分が0,2乗成分の
係数はak,bkなので周波数スペクトルの成分（フーリエの各係数）の2乗和の平均となる

パーシバルの定理

$$\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\{f(t)\}^2 dt=\frac{a_0^2}{4}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^{\ 2}+b_n^{\ 2}\right)$$

計算演習2：波形とスペクトル

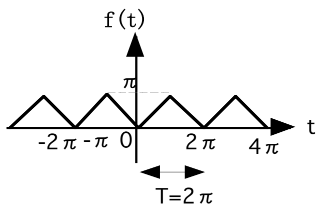
- 以下の周期関数f(t)の波形を示せ。三角関数でフーリエ級数展開せよ。
  周波数スペクトルも示せ

$$f(t)=\begin{cases}0,(-\pi<t<-\pi/2)\\1,(-\pi/2<t<-\pi/2)\\0,(\pi/2<t<\pi)\end{cases}$$

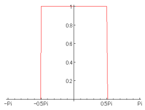
- ノコギリ波f(t)の周期関数の波形を示し、フーリエ級数展開せよ。
  周波数スペクトルも示せ

$$f(t)=\left\{t\left(-\pi<t<\pi\right)\right.$$

- 次の三角波周期関数をf(t)を式で示し、フーリエ級数展開せよ。
  周波数スペクトルも示せ



(例)方形波(1)の場合: 偶関数



$$f(t)=\begin{cases}0 & (-\pi<t\le-\frac{\pi}{2})\\ 1 & (-\frac{\pi}{2}<t\le\frac{\pi}{2})\\ 0 & (\frac{\pi}{2}<t\le\pi)\end{cases}$$

同様に

$$a_0=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos 0\omega_0 t dt=\frac{2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)dt=\frac{2}{2\pi}\left(\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}}0dt+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}1dt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}0dt\right)=\frac{2}{2\pi}\left[t\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=1$$

ただし T=2π

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos n\omega_0 tdt=\frac{2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\cos n\omega_0 tdt=\frac{2}{2\pi}\left(\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}}0\cos n\omega_0 tdt+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}1\cos n\omega_0 tdt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}0\cos n\omega_0 tdt\right)$$

$$=\frac{2}{2\pi}\left\{\left[\frac{\sin n\omega_0 t}{n\omega_0}\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\right\}=\frac{1}{\pi n\omega_0}\left(\sin n\omega_0\frac{\pi}{2}-\sin n\omega_0\frac{-\pi}{2}\right)=\begin{cases}0 & (n=2k=even)\\ \frac{2(-1)^{k-1}}{\pi n\omega_0} & (n=2k-1=odd)\end{cases}$$

$$b_n=\frac{2}{2\pi}\left(\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}}0\sin n\omega_0 tdt+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}1\sin n\omega_0 tdt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}0\sin n\omega_0 tdt\right)=\frac{2}{2\pi}\left\{\left[\frac{\cos n\omega_0 t}{n\omega_0}\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\right\}=0$$

偶関数なので、cos成分(a_k)のみを持つ。
今回の場合、周期は2πなのでω_0=1を代入

$$f(t)=\frac{1}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2(-1)^{k-1}}{\pi(2k-1)}\cos(2k-1)t\right)$$

(例)のこぎり波(2)の場合:奇関数

奇関数なので、sin成分(b_k)のみを持つ。
今回の場合、周期は2πなのでωは1を代入

$$f(t)=\left\{t(-\pi<t<\pi)\right.$$

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos n\omega_0 tdt=\frac{2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\cos n\omega_0 tdt=\frac{2}{2\pi}\left(\int_{-\pi}^{\pi}1\cos n\omega_0 tdt\right)=0$$

ただし T=2π,ω=1

$$=\frac{2}{\pi}\left\{\left[-\frac{\cos nt}{n}\right]_0^{\pi}\right\}+\frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1}{n}\cos ntdt=\frac{2}{n}(-1)^{n+1}\sin nt$$

(例)三角波(3)の場合:偶関数

偶関数なので、cos成分(a_k)のみを持つ。
今回の場合、周期は2πなのでωは1を代入

$$f(t)=\left\{|t|,(-\pi<t<\pi)\right.$$

$$a_0=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\cos 0tdt=\frac{2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)dt=\frac{1}{\pi}\left(\int_0^{\pi}tdt+\int_{-\pi}^{0}-tdt\right)=\frac{2}{2\pi}\left[\frac{1}{2}t^2\right]_0^{\pi}=\pi$$

$$a_n=\frac{2}{2\pi}\left(\int_0^{\pi}t\cos ntdt+\int_{-\pi}^{0}-t\cos ntdt+\right)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}t\cos ntdt=\frac{2}{\pi}\left\{\left[\frac{t}{n}\sin nt\right]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\frac{1}{n}\sin ntdt\right\}$$

$$=\begin{cases}\frac{-4}{\pi n^2} & (n=2k-1)\\ 0 & (n=2k)\end{cases}$$

$$f(t)=\frac{\pi}{2}-\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{(2k-1)^2}\cos(2k-1)t\right)$$

オイラーの公式 $e^{\pm jn\omega t} = \cos n\omega t \pm \sin n\omega t$

↓変形することで

$$\cos n\omega t = \frac{e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}}{2} \qquad \sin n\omega t = \frac{e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}}{2j}$$

複素フーリエ級数

フーリエ級数展開をオイラーの公式により変換したもの。
実部と虚部で周波数を表すことができる。

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \left(e^{jn\omega_0 t}\right)$$

C_nは $c_n = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$

e の正負の違いに注意

この時nの範囲は $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \cdots$

複素フーリエ級数

フーリエ級数展開をオイラーの公式により変換したもの。
CosとSinの成分a_n,b_nをC_nで統一的に表すことができる。

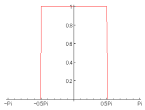
$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \left(e^{-jn\omega t}\right)$$

C_nは $c_n = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega t} dt$

このω0をどんどん小さくしていくと、ω0,ω1,ω2,...は密に並び
Σが∫に近似できる →周波数スペクトル！

信号波形と周波数スペクトルの関係→フーリエ変換に拡張

(例) 方形波(1)の場合の複素フーリエ級数展開表記



$$f(t)=\begin{cases}0 & (-\pi<t\le-\frac{\pi}{2})\\ 1 & (-\frac{\pi}{2}<t\le\frac{\pi}{2})\\ 0 & (\frac{\pi}{2}<t\le\pi)\end{cases}$$

また、T=2π

$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-jn\omega_0 t}dt=\frac{1}{2\pi}\left(\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}}0e^{-jn\omega_0 t}dt+\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}1e^{-jn\omega_0 t}dt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}0e^{-jn\omega_0 t}dt\right)=\frac{1}{2\pi}\left(\left[\frac{e^{-jn\omega_0 t}}{-jn\omega_0}\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\right)$$

$$=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{e^{-jn\omega_0\frac{\pi}{2}}}{-jn\omega_0}-\frac{e^{+jn\omega_0\frac{\pi}{2}}}{-jn\omega_0}\right)=\frac{1}{-j2\pi n\omega_0}\left(e^{-jn\omega_0\frac{\pi}{2}}-e^{+jn\omega_0\frac{\pi}{2}}\right)=\frac{\sin\left(n\omega_0\frac{\pi}{2}\right)}{\pi n\omega_0}$$

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\sin\left(n\omega_0\frac{\pi}{2}\right)}{n\omega_0\pi}\left(e^{jn\omega_0 t}\right)$$

偶関数なので、係数は実部の値のみとなる。

■方形波(1)の例

ω0をどんどん小さく(周期ゆっくり)していくと、ω0,ω1,ω2,...は密に並びΣが§に近似できる→周波数スペクトル！

信号波形と周波数スペクトルの関係→フーリエ変換

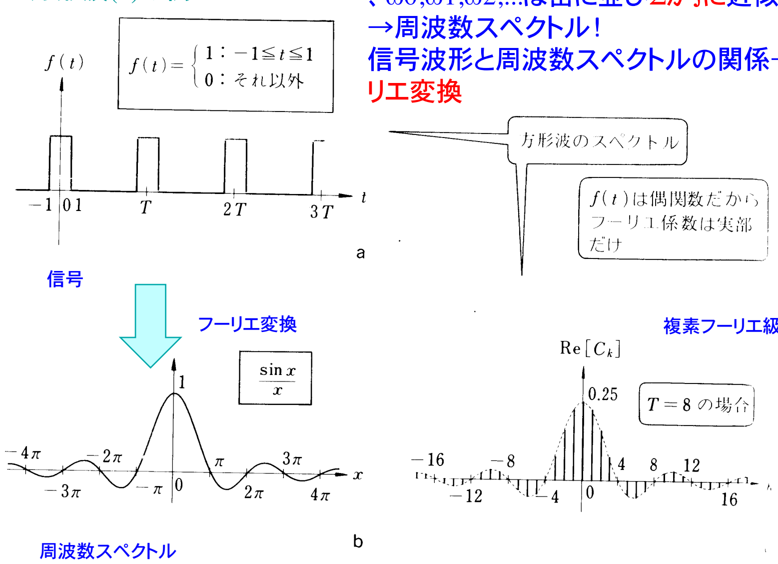


図 5・14　方形波のスペクトル

フーリエ変換について

複素フーリエ級数展開の
ω0をどんどん小さくしていくと、ω0,ω1,ω2,...は密に並び
Σが∫に近似できる→周波数スペクトル！

信号波形と周波数スペクトルの関係→フーリエ変換

フーリエ変換

時間領域を周波数領域に置き換える。
これにより周波数の特性を表現しやすくなる。

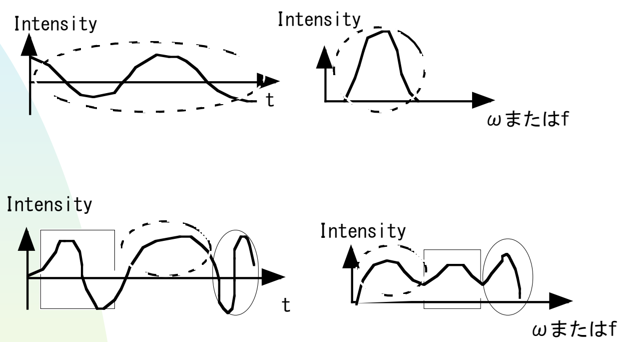
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

逆フーリエ変換

周波数領域を時間領域に置き換える。

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

時間で変化する信号と周波数帯域の関係



フーリエ変換

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

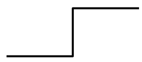
逆フーリエ変換

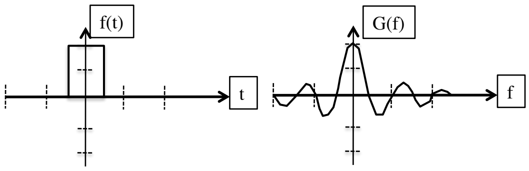
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

「フーリエ変換」による周波数スペクトル解析

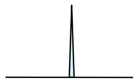
確定的関数

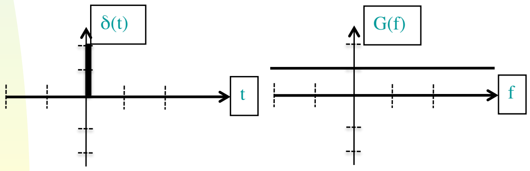
単位階段関数 $u_0(t) = \begin{cases} 1 (t \geq 0) \\ 0 (t < 0) \end{cases}$





デルタ関数 $\delta(t) = \lim_{\Delta \to 0} \delta_\Delta(t), \delta(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, \left(|t| \leq \frac{\Delta}{2}\right) \\ 0, \left(|t| > \frac{\Delta}{2}\right) \end{cases}$





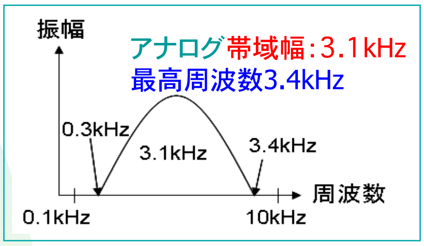
計算演習3:波の特徴の解析

- 次の関数f(t)のおおよその形を描き、基本周期Tを求めよ。 $f(t) = \sin(2t), f(t) = \sin^2 t, f(t) = 1 + \cos(2t)$
- 次の関数f(t)を複素フーリエ級数展開せよ

$$f(t) = \begin{cases} 1 & (0 < t \leq \pi) \\ 0 & (-\pi < t \leq 0) \end{cases}$$

- 次の関数のフーリエ変換を求めよ $g(t) = Exp^{-|t|}$
- 通信信号波形と周波数帯域、それを制限するフィルタの関係を述べよ
- キャリア周波数と変調周波数の関係を述べよ

信号例：音声信号と周波数スペクトル帯域



- 使わない周波数（低音、高音）はカット(節約と雑音除去）
- どこまで安く←狭い帯域、省パワーで正確に送信できるか

信号を含む周波数の範囲(帯域)のみを送りたい。

有効帯域解析するためにフーリエ変換を用いる。

フーリエ変換の性質

- 線形性（周波数も波形も足し算引き算分離可能）
- 協約対称性（複素共役関数は、元関数と対称）

$$F\{ag_1(t)+bg_2(t)\} = aG_1(f)+bG_2(f) \qquad G_1(-f)=\overline{G_1(f)}$$

- 時間のシフト→周波数スペクトル同じ、位相は変化

$$|F\{g_1(t-t_0)\}| = |G(f)| \qquad \arg\{F\{g_1(t-t_0)\}\} = -2\pi f t_0 \arg\{G(f)\}$$

- 周波数のシフト→波形かけ算すると周波数が移動

$$g(t)\sin(2\pi f_0 t) \Leftrightarrow \frac{1}{2j}\{G(f-f_0)-G(f+f_0)\}$$

- 畳み込み積分へ！→波形特性のかけ算積分
  フーリエ変換も各々のかけ算

$$F\{g_1(t)\bullet s_2(t)\} = G_1(f)\bullet S_2(f)$$

3.ユーザアナログ情報の信号と変調

- まず音声、映像（ベースバンド）信号を電気信号に
- 電気信号を通信のための搬送波(キャリア)を変調
- 振幅変調（AM変調）←これから勉強します

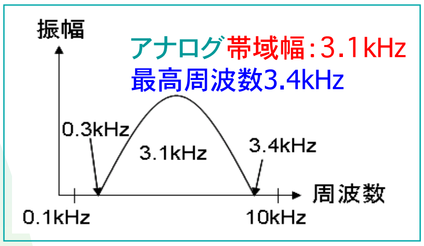
→搬送波(キャリア)の信号強度包絡線を変化

DSB

SSB

- 位相変調（PM）、周波数変調（FM）
- キャリア周波数より信号変調周波数はずっと遅い

信号例：音声信号と周波数スペクトル帯域



- 使わない周波数（低音、高音）はカット(節約と雑音除去）
- どこまで安く←狭い帯域、省パワーで正確に送信できるか

信号を含む周波数の範囲(帯域)のみを送りたい。

有効帯域解析するためにフーリエ変換を用いる。

アナログ伝送のための変調方式

- 振幅変調(AM)

→搬送波の振幅を変化させる

- 角度(位相・周波数)変調(PM・FM)

→搬送波の位相タイミング・中心周波数をずらす

- キャリア周波数ω_cは信号sの変調周波数p_sはずっと速い

- 高速変調には装置の高速化、電波の帯域幅必要

何を変調する?:

振幅:AM

$$f_{AM}(t) = A_C\left(1 + ms(t)\right)\cos\omega_c t$$

位相:PM

$$f_{PM}(t) = A_c\left\{\cos\left(\omega_c\right)t + \theta_c + ms(t)\right\}$$

周波数:FM

$$f_{FM}(t) = A_c\left\{\cos\left(\omega_c\right)t + \theta_c + m_f\frac{ds(t)}{dt}\right\} = A_c\left\{\cos\omega_c t + \frac{m}{p}\sin pt + \theta_c\right\}$$

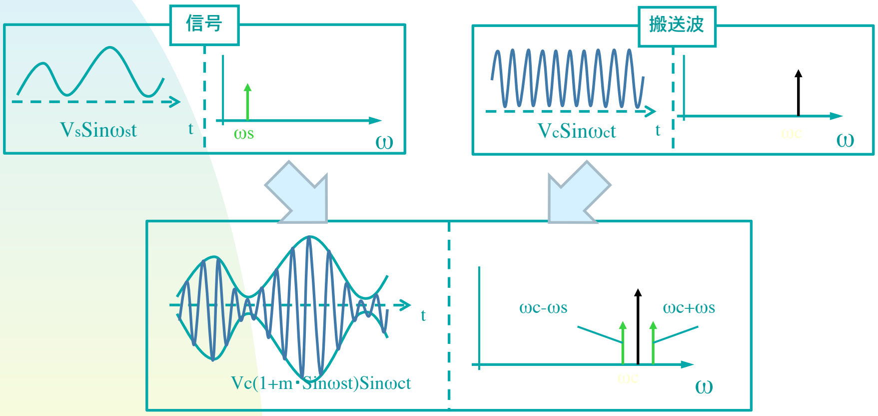
振幅変調(AM)

信号波形(アナログ)×搬送波がアナログ変調→そのときのスペクトルは?

例えば信号S(t)が角周波数pのcos波の場合　三角関数 積和の公式

$$f_{AM} = A_c(1 + m\cos pt)\cos\omega_c t = A_c\cos\omega_c t + \frac{mA_c}{2}\{\cos(\omega_c + p)t + \cos(\omega_c - p)t\}$$

キャリア振幅　変調度　情報信号　キャリア成分　情報信号成分



- キャリア周波数により利用周波数がシフトできる
- 高速変調は伝送帯域幅が最高周波数の2倍以上必要

変調度:波形振幅と変調信号パワー