FM、PMの信号波動の式

PM：位相変調 $f_{pm}(t) = A_c \cos\{\omega_c t + \theta_c + m_p s(t)\}$

FM：周波数変調 $f_{fm}(t) = A_c \cos\{\omega_c t + \theta + m_f \int s(t)dt\}$

$s(t)$	信号波
ω_c	搬送波の角周波数
θ_c	搬送波の初期位相角
p	信号波の角周波数
m_p m_f	変調指数
$\Delta\omega$	最大周波数偏移

$\theta = \theta_c + \alpha$ ただし、αは信号波の積分による定数

$2\pi f = \omega$

$$m_F = \frac{m_f}{p} = \frac{\Delta\omega}{p}$$

ただし、単一正弦波余弦波の場合

信号波s(t)をcos(pt)とすると

$$f_{pm}(t) = A_c \cos\{\omega_c t + \theta_c + m_p \cos(pt)\}$$

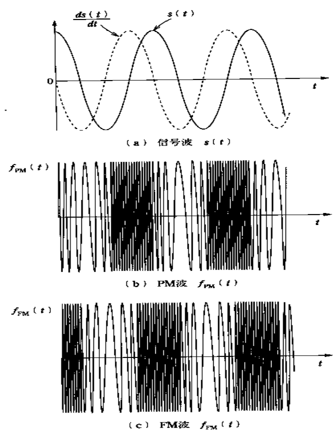
$$f_{fm}(t) = A_c \cos\{\omega_c t + \theta_c + m_f \int \cos(pt)dt\}$$

$$= A_c \cos\left\{\omega_c t + \theta_c + \frac{m_f}{p}\sin(pt)\right\}$$

$$= A_c \cos\{\omega_c t + \theta_c + m_F \sin(pt)\}$$

波形でみるFM、PMの関係 (教科書p62)

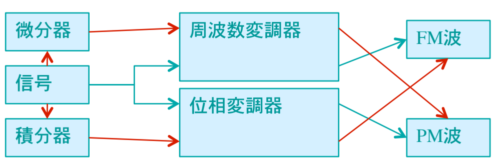
例： $s(t) = 1\cdot \cos pt$ の場合



信号の時間微分波形が正→PM波が密
負→PM波が粗

信号の時間波形が正→FM波が密
負→FM波が粗

・信号の微分、積分によってFM、PM波を行き来できる。



ベッセル関数(p63〜64)

$$f_{FM} = A_c \cos(\omega_c t + m_F \sin pt + \theta_c)$$
$$= A_c\{\cos\omega_c t \cdot \cos(m_F \sin pt) - \sin\omega_c t \cdot \sin(m_F \sin pt)\}$$

∵θ_c=0として

ベッセル関数:$J_n(m_f)$を定義

$$\cos(m_F \sin pt) \rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F)\cos npt$$

$$\sin(m_F \sin pt) \rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_F)\sin npt$$

⇩

$$f_{fm}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f)\cos\{(\omega_c + np)t\}$$

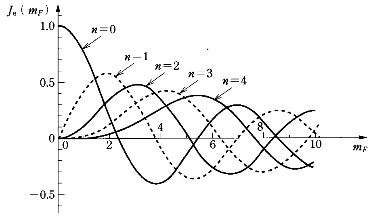


図 6.2 第 1 種ベッセル関数 $J_n(m_F)$

- FM波は振動しながら減衰するベッセル関数の級数展開で表せる。
- 信号変調周波数pの整数倍に複数のスペクトルピークが現れる。

  ↓
- 変調指数を大きく取ることで、帯域幅が広くなる。

FM波のスペクトル(p63〜p66)

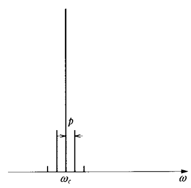
- FM変調はベッセル関数の級数展開で表せる。

$$f_{fm}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f)\cos\{(\omega_c + np)t\}$$

狭帯域周波数変調

狭帯域の時は、J_0=1,J_1=m_F/2,Jn≒0と小さく無視できる。

$$= A_c \cos\omega_c t + \frac{m_F A_c}{2}\cos(\omega_c + p)t - \frac{m_F A_c}{2}\cos(\omega_c - p)t$$



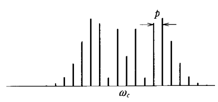
(a) m_F=0.5

- 周波数スペクトルはAMと相似形になる!
- 帯域 $B \approx 2p$

広帯域周波数変調

広帯域 (m_F>1)の時、n≧2の項を無視できない。

- 周波数スペクトルはω_cの両翼に信号周波数pだけ離れた無数のスペクトル成分が振動しながら、混じり合って減衰していく
- 帯域 $B = 2(\Delta\omega + p) = 2(m_F + 1)p$



(b) m_F=5

- pが小さくm_Fが十分大きいときには

  $B \approx 2\Delta\omega$ と近似できる

PM波のスペクトル(p65)

PM波はFM波に比べてπ/2偏移している。

$$f_{fm}(t) = \cos\{\omega_c t + m_F \sin pt\}$$

$$f_{pm}(t) = \cos\{\omega_c t + m_p \cos(pt)\} = \cos\left\{\omega_c t + m_F \sin(pt + \frac{\pi}{2})\right\}$$

よってPMをベッセル関数を用いて表すと

$$f_{pm}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f)\cos\left\{(\omega_c + np)t + n\frac{\pi}{2}\right\}$$

PMはFMのベッセル関数の級数展開の位相シフト版

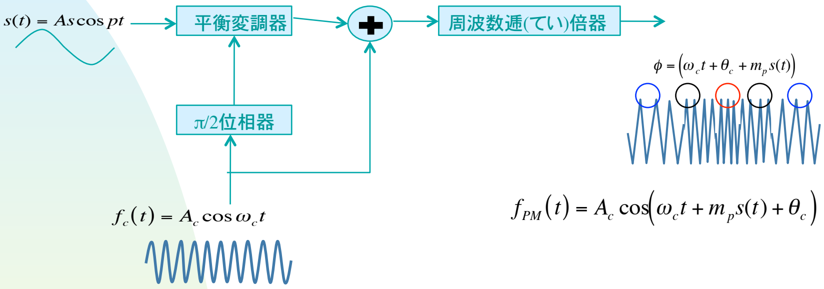
- 狭帯域の時は、$J_0=1, J_1=m_F/2, J_n \fallingdotseq 0$と小さく無視できる。

$$= A_c \cos\omega_c t + \frac{m_p A_c}{2}\cos\left((\omega_c + p)t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{m_p A_c}{2}\cos\left((\omega_c - p)t + \frac{\pi}{2}\right)$$

- AM波スペクトル+位相ズレしたスペクトルになる!
- 帯域　$B \approx 2p$

PM変調送信回路(p67)

•アームストロング方式

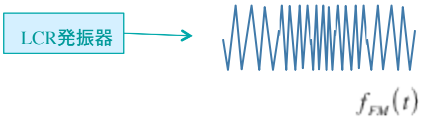


・平衡変調器でDSB信号生成(p56)
・位相ズレした搬送波(キャリア信号)を加算
↓
・DSB–SC変調+キャリアにより狭帯域PM波を作成
・変調指数をあげるため必要に応じて周波数を整数倍する。

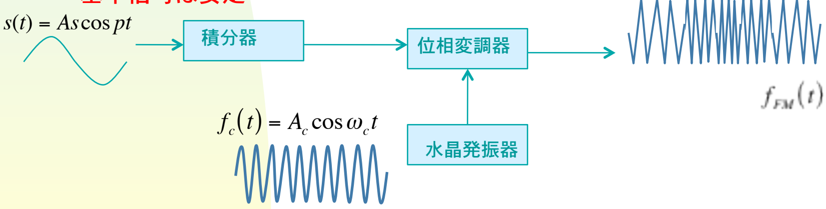
FM変調送信回路(p67)

①直接変調法:LまたはCを電気的に変化させ周波数を直接変調
→簡単!
・中心周波数はふらつく
・安定しにくい

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad C \propto 1 + mAs\cos pt$$

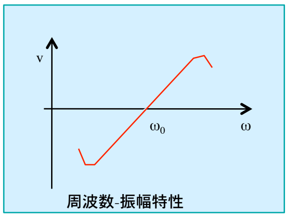


②間接変調法:信号を積分して位相変調する
→式変形と同じ作業
・回路多数
・基準信号は安定

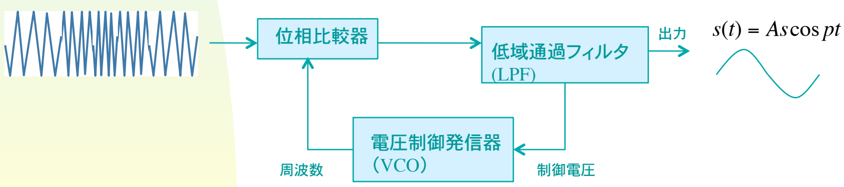


FM復調回路(教科書p69)

①周波数弁別器:
周波数の変化を電圧変化に変換
→PM,FM波をAM波に変換して復調



②PLL(位相同期ループ)検波回路
FM波とVCOの周波数、位相を比較
→ズレがあると電圧変化、電圧変化によりVCOが変化
→FM波とVCOが一致した時、出力が強度信号波になる。



FM:パワーと雑音の特徴(p71)

$$f_{fm}(t) = A_c \cos\left\{\omega_c t + m_f \int s(t)dt\right\} = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m_f)\cos\{(\omega_c + np)t\}$$

- パワーは一定：搬送波P_c=信号P_{FM}

$$P_{FM} = P_c + P_s = \frac{A_c^2}{2}J_0^2(m_F) + 2\times\frac{A_c^2}{2}\sum_{n=1}^{\infty}J_n^2(m_F) = \frac{A_c^2}{2}\sum_{n=0}^{\infty}J_n^2(m_F) = \frac{A_c^2}{2}$$

- S／Nを調整可能

$$S_{FM} = \frac{m_f^2}{2} \qquad N_{FM} = \frac{K\omega_m^3}{3\pi A_c^2} \qquad \left(\frac{S}{N}\right)_{FM} = \frac{3\pi A_c^2 m_f^2}{2K\omega_m^3}$$

m_f=Δωなので
変調周波数が大ならS／Nを大きく(雑音成分を小さく)できる。

AM/FM比較(p72)

- S/N比較

$$P_{AM} = P_c + 2P_s = \frac{A_c^2}{2}\left(1 + \frac{m^2}{2}\right) \qquad \left(\frac{S}{N}\right)_{out,AM} = \frac{\pi m^2 V^2}{2\omega_m N} = \frac{m^2 A_c^2}{2BK}$$

$$P_{FM} = \frac{A_c}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(m_F) = \frac{A_c}{2} \qquad \left(\frac{S}{N}\right)_{FM} = \frac{3\pi A_c^2 m_f^2}{2K\omega_m^3} = \frac{3m_f^2}{p^2}\left(\frac{S}{N}\right)_{AM} = 3m_F^2\left(\frac{S}{N}\right)_{AM}$$

AM
- 単純、受信電波強度の揺らぎで誤読の可能性（雑音が入りやすい）
- 側帯波周波数は固定、変調度でS/N調整
- DSB,SSBで周波数帯域や送信RFパワーを節約

↓

FM
- パワー一定変動なし、周波数で変調度が変化
- 変調指数m_Fを大きく取ると、信号帯域が広くとれる
- 高品質、低雑音な信号再生が可能