

# 光学基礎

高知工科大学

システム工学群2年1Q

専門基礎科目

小林弘和／野中弘二

6月3日本テスト?

# 講義内容

---

1. 光の性質：光波、光線、光子  
進む向き（屈折／反射）、エネルギー、パワー

2. 幾何光学(光線光学)：   
光波の進む向きをベクトルと行列で簡単に扱う

3. 波動光学：  
波として取り扱う現象  
（回折、波束、反射率、干渉、偏光）

# 光の進み方：光線光路長最短の法則

屈折率差で速度が変化 → 波面の進行方向(光路)変化

フェルマーの原理

光がある点Aからほかの点Bまで伝搬するとき、  
その経路は**伝搬時間が最小**になるように決まる



屈折率を考慮した**光路長最短の経路**を通る

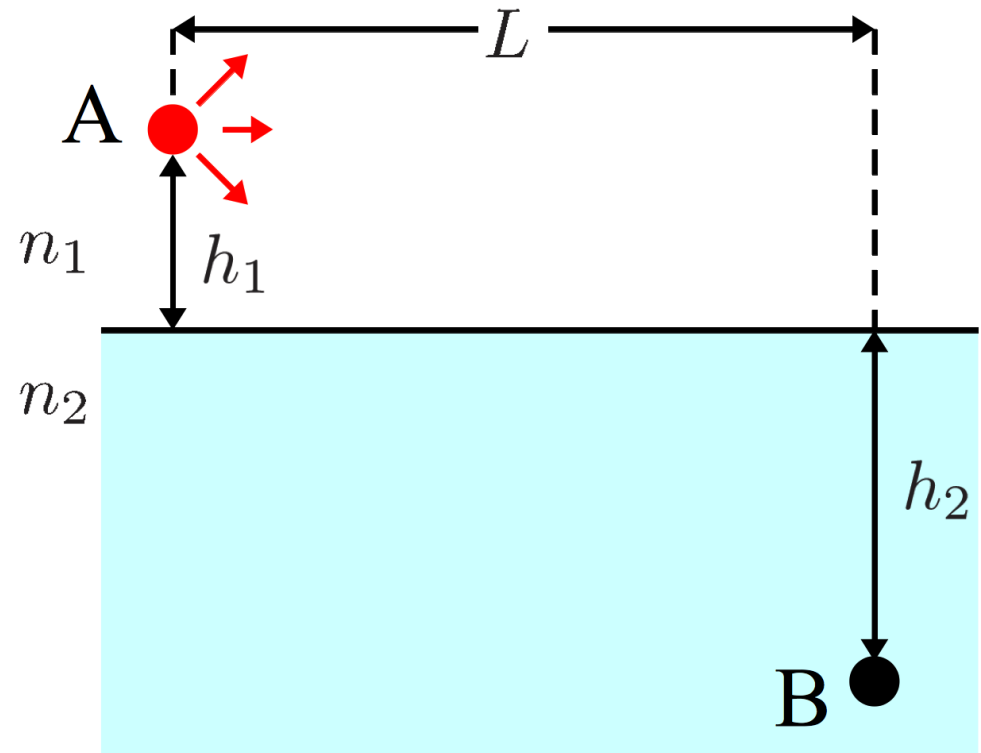
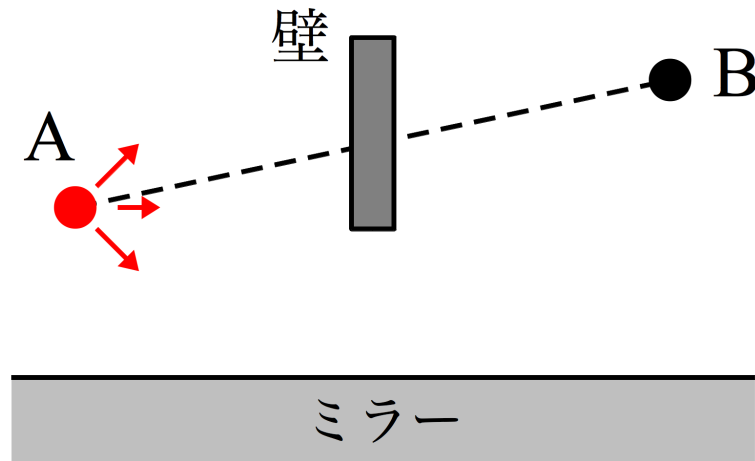
$$\delta I = \delta \left( \underbrace{c \int_{t_A}^{t_B} dt}_{\text{伝搬時間}} \right) = \delta \left( \underbrace{\int_A^B nds}_{\text{光路長}} \right) = 0$$

※ 屈折率一定 → **光線は直進**(光路長最短だから)

# 例題：光路長最短の経路

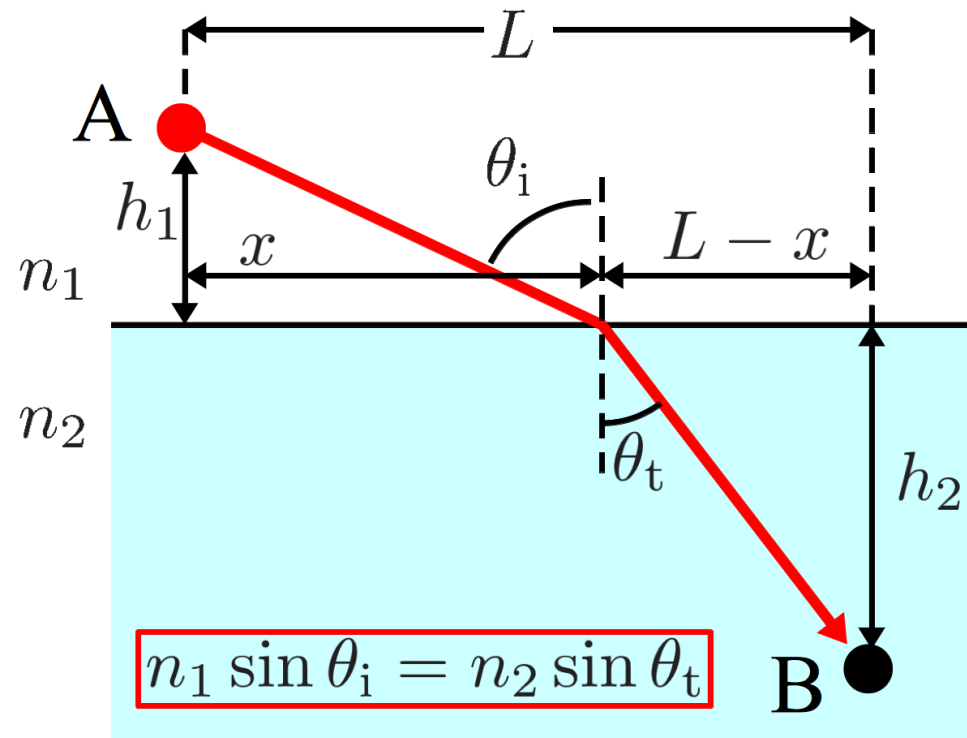
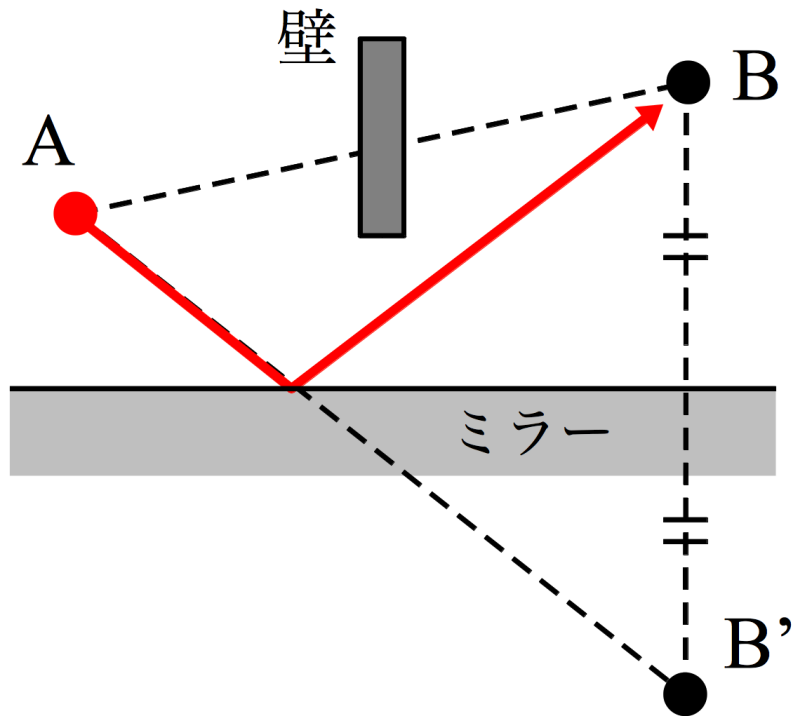
屈折率差で速度が変化：波面の進行方向（光路）変化  
屈折率を考慮した光路長最短の経路をとる

→総光路長を微分して0の極小値経路



# 例題：光路長最短の経路

屈折率を考慮した光路長最短の経路をとる  
→微分して0の極小値経路



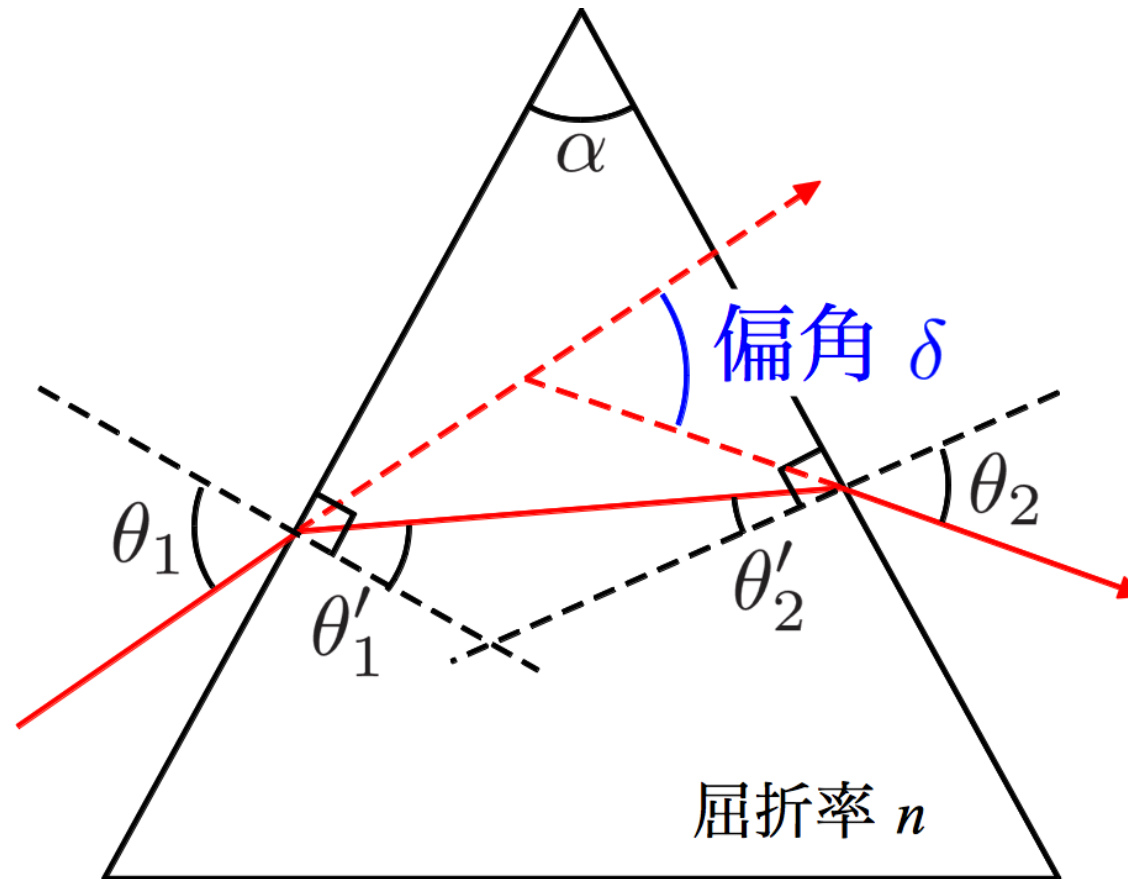
# 例題：プリズムで屈折する光の進み方

頂角 $\alpha$ の鋭角プリズム(屈折率 $n$ )に入射した光はどんな角度で出てくる？

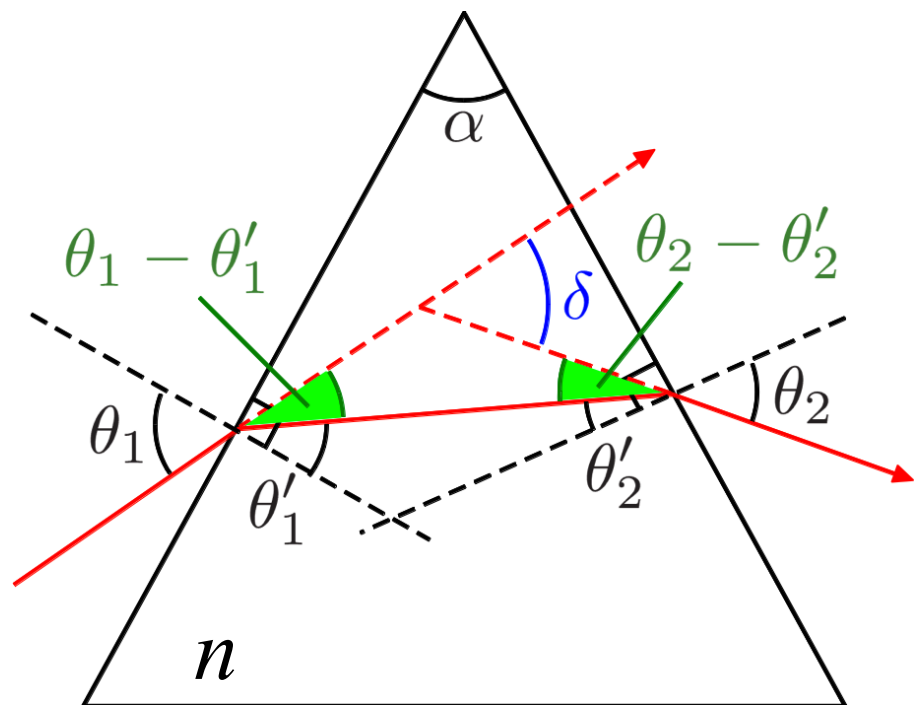
斜め入射はスネルの法則、出射時は $\alpha$ だけ傾いた面でもう一度スネルの法則

偏角：プリズムへの入射光と出射光の光線の成す角度

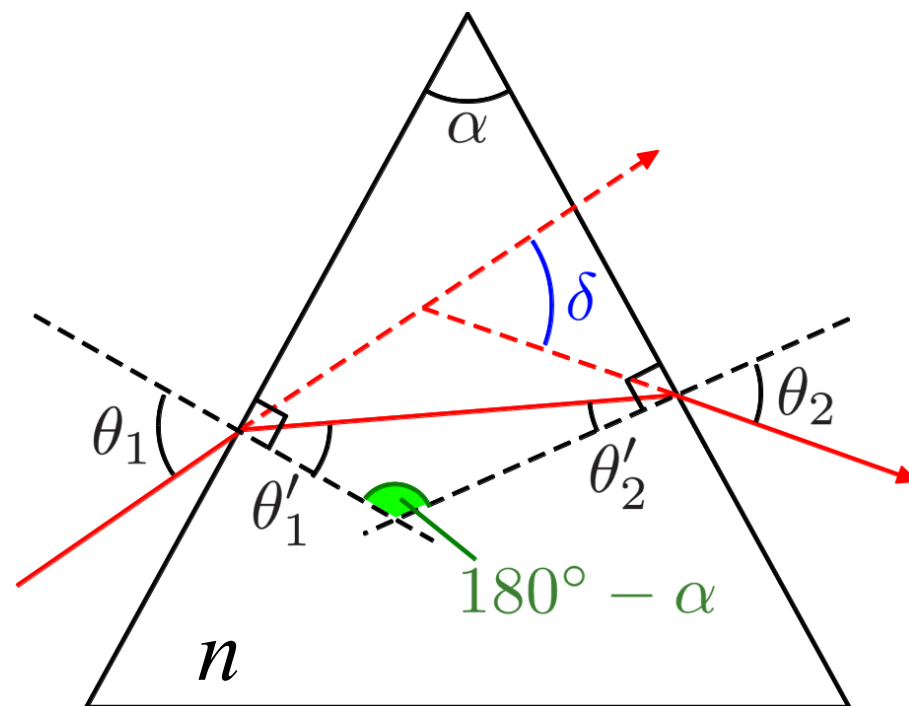
最小偏角：プリズムへの入射角 $\theta_1$ を変化に対する最小の偏角



# 最小偏角(偏角の極小値)の導き方



$$\begin{aligned} \delta &= (\theta_1 - \theta'_1) + (\theta_2 - \theta'_2) \\ &= \theta_1 + \theta_2 - (\theta'_1 + \theta'_2) \end{aligned}$$



$$\theta'_1 + \theta'_2 = \alpha$$

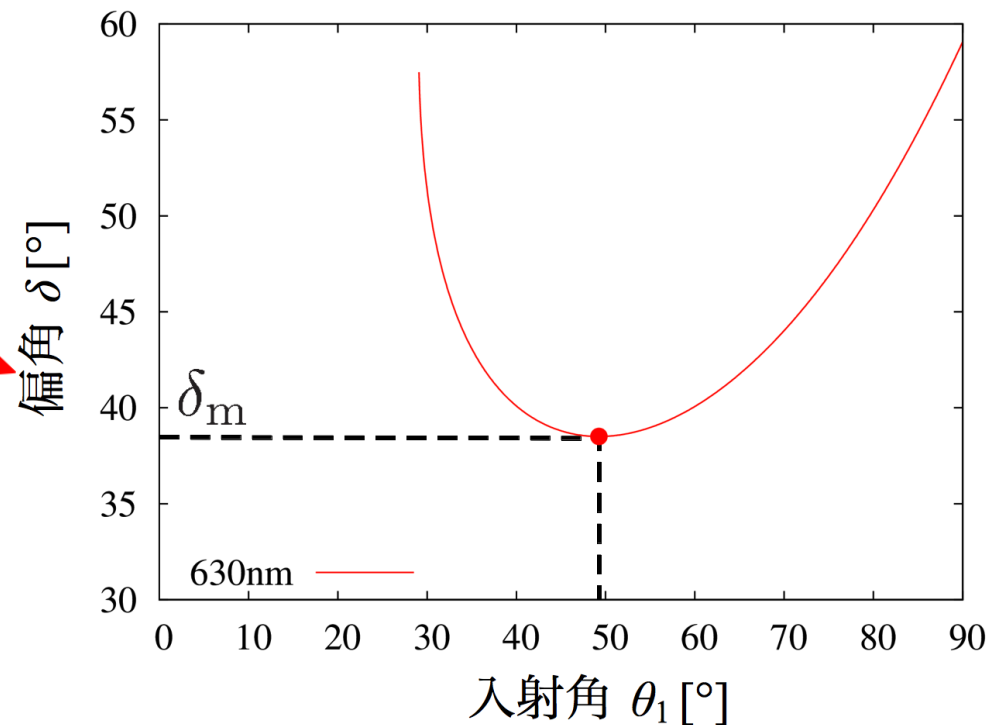
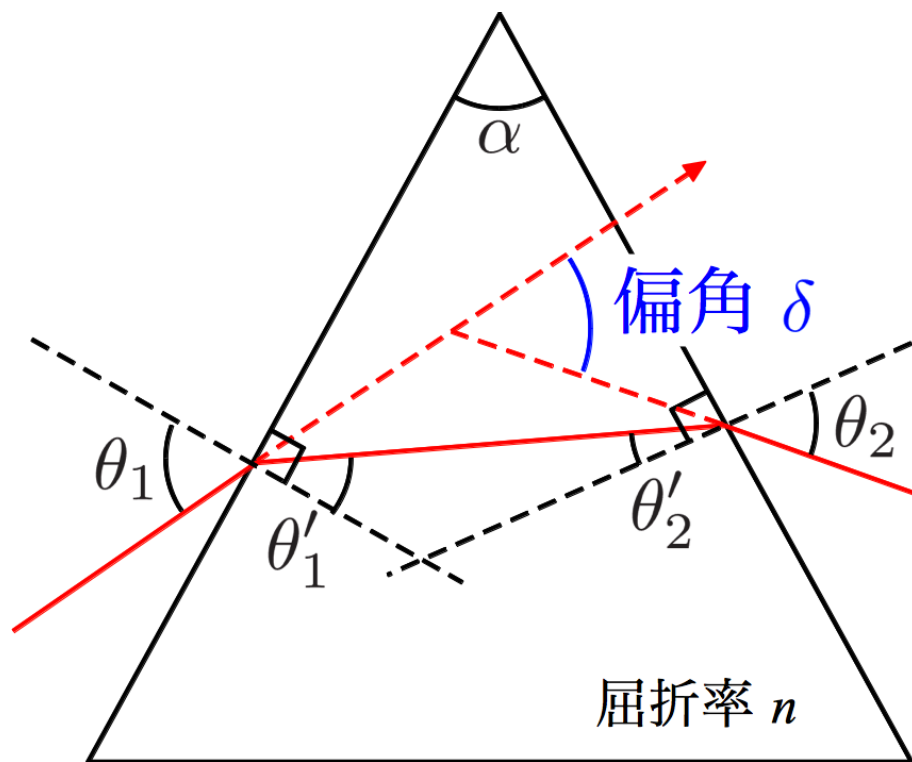
$$\delta = \theta_1 + \theta_2 - \alpha$$

スネルの法則

$$\begin{cases} \sin \theta_1 = n \sin \theta'_1 \\ n \sin \theta'_2 = \sin \theta_2 \end{cases}$$

# 最小偏角の導き方：偏角の極小値

屈折率  $n=1.52$ 、 $\alpha=60^\circ$  のとき  
 $\delta_m=38.5^\circ$  (入射角  $\theta_1=49.3^\circ$ )



$$\frac{d\delta}{d\theta_1} = \frac{d}{d\theta_1} (\theta_1 + \theta_2 - \alpha)$$

$$= 1 + \frac{d\theta_2}{d\theta_1} \Rightarrow 0 \text{ のとき偏角は最小値 } \delta_m$$



## 最小偏角の導き方: 偏角の極小値

$$\theta'_1 + \theta'_2 = \alpha \quad \text{なので} \quad \frac{d\theta'_1}{d\theta_1} + \frac{d\theta'_2}{d\theta_1} = 0$$

$$\sin \theta_1 = n \sin \theta'_1 \xrightarrow{\theta_1 \text{で微分}} \cos \theta_1 = n \cos \theta'_1 \frac{d\theta'_1}{d\theta_1}$$

$$\sin \theta_2 = n \sin \theta'_2 \xrightarrow{\theta_1 \text{で微分}} \cos \theta_2 \frac{d\theta_2}{d\theta_1} = n \cos \theta'_2 \frac{d\theta'_2}{d\theta_1}$$

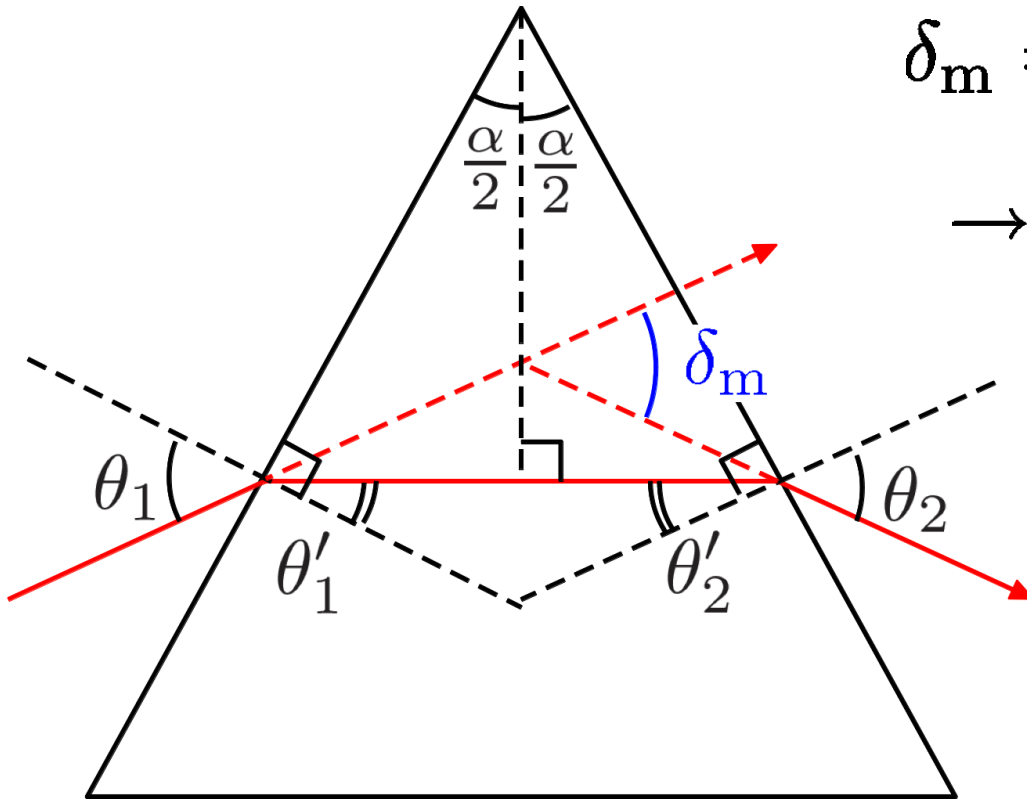
$$\therefore \frac{d\theta_2}{d\theta_1} = n \frac{\cos \theta'_2}{\cos \theta_2} \frac{d\theta'_2}{d\theta_1} = -n \frac{\cos \theta'_2}{\cos \theta_2} \frac{d\theta'_1}{d\theta_1} = -\frac{\cos \theta'_2 \cos \theta_1}{\cos \theta_2 \cos \theta'_1}$$

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = -1 \quad \text{より} \quad \cos \theta'_2 \cos \theta_1 = \cos \theta_2 \cos \theta'_1$$

両辺二乗してスネルの法則を利用すると

$$(n^2 - 1) \sin^2 \theta_1 = (n^2 - 1) \sin^2 \theta_2$$

# 結論：最小偏角の公式



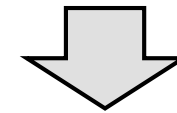
頂角に対して入射角と出射角は左右対称になる

$$\delta_m = \theta_1 + \theta_2 - \alpha = 2\theta_1 - \alpha$$

$$\rightarrow \theta_1 = \theta_2 = \frac{\delta_m + \alpha}{2}$$

$$\theta'_1 = \theta'_2 = \frac{\alpha}{2}$$

スネルの法則より

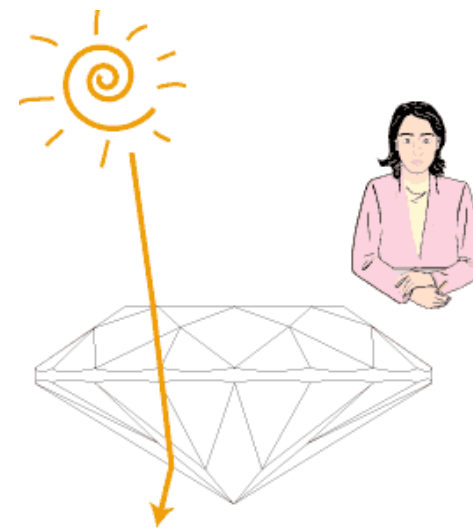
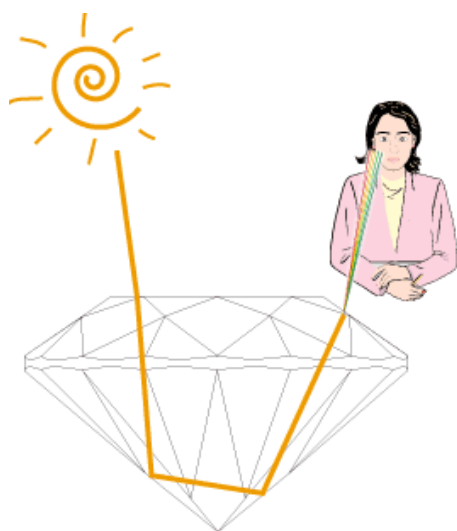


最小偏角の公式

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_m + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

頂角と最小偏角が分かると物体の屈折率(材質)が分かる！

# ダイヤモンドとガラスを見分ける： 熱伝導率と屈折率（偏角）



# 例題. プリズムで屈折する光の進み方

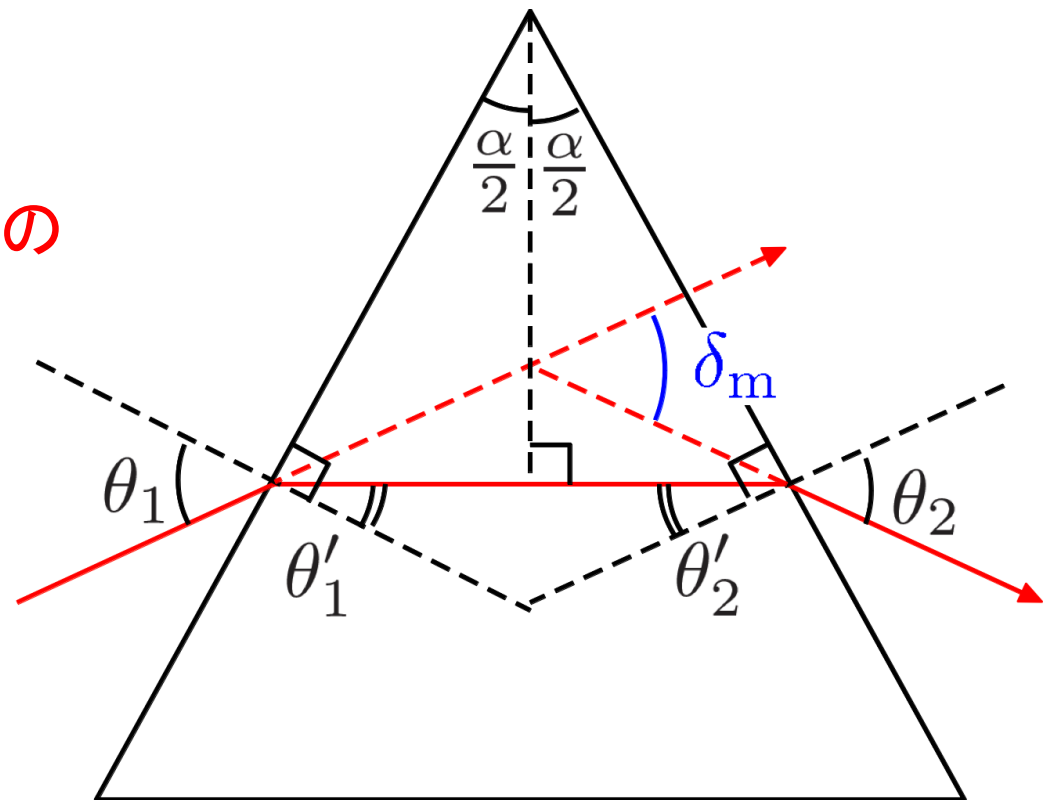
与えられた頂角 $\alpha$ の鋭角ガラスプリズム( $n=1.5$ )に入った屈折光線は最小偏角でどんな角度で出てくる？

最小偏角の公式より

$$n \sin(\alpha/2) = \sin\{(\delta_m + \alpha)/2\}$$

$n=1.5$ を用い最小偏角のときの  
入射角=出射角を求める  
 $\{(\delta_m + \alpha)/2\} = ?$

最小偏角を求める  
 $\delta_m = ?$



逆に $\delta_m$ を用いて $n$ を求めることもできる様に練習しておこう！

# 屈折率の波長依存性

波長分散: 屈折率は波長により違う

コーシーの分散曲線

$$n(\lambda) = A(1 + B/\lambda^2) + 1$$

波長 $\lambda$ 短い  $\rightarrow$  屈折率 (大)  $\rightarrow$  偏角 (大)  
 偏角は波長で異なる

